

ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1+9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 6 (ตอนที่ 3/3)

เดลินิวส์

ร่วมกับ



นักเรียน
บุรณกร

โดยช่วงตั้งแต่ 1 มี.ค.-20 พ.ค. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัสบดี+วันศุกร์

1. เลือกจำนวน 5 จำนวนแตกต่างกันจากเซต {1, 2, 3, ..., 8} ความน่าจะเป็นที่จะได้

6 เป็นจำนวนที่น้อยเป็นอันดับที่สามเท่ากับเท่าใด

- 1) $\frac{3}{28}$ 2) $\frac{4}{28}$
3) $\frac{5}{28}$ 4) $\frac{6}{28}$

2. ถ้า $[y]$ คือ จำนวนเต็มที่สุดซึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับ y

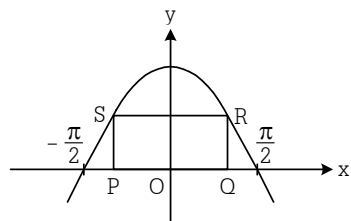
แล้ว $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{124}]$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) 400 2) 401
3) 402 4) 403

3. กำหนดให้ $f(n+1) = f(n) + f(n-1)$ เมื่อ $n = 2, 3, 4, \dots$ ถ้า $f(6) = 26$ และ $f(4) = 8$ แล้ว $f(1) + f(3)$ เท่ากับเท่าใด

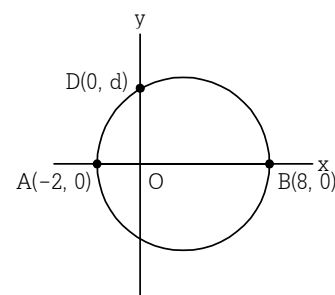
- 1) 20 2) 21
3) 22 4) 23

4. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก PQRS มีด้าน PQ อยู่บนแกน x และมีจุด S และ R อยู่บนกราฟของ $y = k \cos x$ ดังแสดงในรูป ถ้าด้าน PQ ยาว $\frac{\pi}{3}$ และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก PQRS มีพื้นที่ $\frac{5\pi}{3}$ แล้ว k มีค่าเท่าใด



- 1) $\frac{10}{3}$ 2) $10\sqrt{3}$
3) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ 4) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

5. วงกลมวงหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง AB ตัดแกน y เหนือแกน x ที่จุด D(0, d) ดังแสดงในรูป สมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นสมการของวงรีที่มีจุด A และ B เป็นจุดโฟกัสและผ่านจุด D



- 1) $4x^2 - 24x - 144 + 9y^2 = 0$
2) $4x^2 - 24x + 144 + 9y^2 = 0$
3) $9x^2 - 24x + 144 + 4y^2 = 0$
4) $9x^2 - 24x - 144 + 4y^2 = 0$

เฉลย

1. เฉลย 3) $\frac{5}{28}$

วิธีเลือกจำนวน 5 จำนวนแตกต่างกันจากเซต {1, 2, 3, ..., 8} ที่มี 8

จำนวนแตกต่างกันมีทั้งหมด $\binom{8}{5} = 56$ วิธี

วิธีเลือกให้ได้ 6 เป็นจำนวนที่น้อยเป็นลำดับที่สาม ต้องเลือกจำนวนที่น้อยกว่า 6 สองจำนวนและเลือกจำนวนที่มากกว่า 6 อีกสองจำนวนซึ่งมีทั้งหมด

$\binom{5}{2} \binom{2}{2} = 10$ วิธี

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ต้องการหาคือ $\frac{10}{56} = \frac{5}{28}$

2. เฉลย 1) 400

เนื่องจาก $[\sqrt{1}] = [\sqrt{2}] = [\sqrt{3}] = \dots = [\sqrt{7}] = 1$

$[\sqrt{8}] = [\sqrt{9}] = [\sqrt{10}] = \dots = [\sqrt{26}] = 2$

$[\sqrt{27}] = [\sqrt{28}] = [\sqrt{29}] = \dots = [\sqrt{63}] = 3$

$[\sqrt{64}] = [\sqrt{65}] = [\sqrt{66}] = \dots = [\sqrt{124}] = 4$

จะได้ $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{7}] = 7(1) = 7$

$[\sqrt{8}] + [\sqrt{9}] + [\sqrt{10}] + \dots + [\sqrt{26}] = 19(2) = 38$

$[\sqrt{27}] + [\sqrt{28}] + [\sqrt{29}] + \dots + [\sqrt{63}] = 37(3) = 111$

$[\sqrt{64}] + [\sqrt{65}] + [\sqrt{66}] + \dots + [\sqrt{124}] = 61(4) = 244$

ดังนั้น $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{124}] = 7 + 38 + 111 + 244 = 400$

3. เฉลย 3) 22

จาก $f(n+1) = f(n) + f(n-1)$

แทนค่า $n = 5$ จะได้ $f(6) = f(5) + f(4)$

$26 = f(5) + 8$

$f(5) = 18$

แทนค่า $n = 4$ จะได้ $f(5) = f(4) + f(3)$

$18 = 8 + f(3)$

$f(3) = 10$

แทนค่า $n = 3$ จะได้ $f(4) = f(3) + f(2)$

$8 = 10 + f(2)$

$f(2) = -2$

แทนค่า $n = 2$ จะได้ $f(3) = f(2) + f(1)$

$10 = -2 + f(1)$

$f(1) = 12$

ดังนั้น $f(1) + f(3) = 12 + 10 = 22$

4. เฉลย 3) $\frac{10}{\sqrt{3}}$

เนื่องจาก $PQ = \frac{\pi}{3}$ จะได้ $OQ = \frac{\pi}{6}$ (กราฟของ $y = k \cos x$ มีความสมมาตร

โดยมีแกน y เป็นแกนสมมาตร) ดังนั้น พิกัดจุด R คือ $(\frac{\pi}{6}, k \cos \frac{\pi}{6})$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก PQRS เท่ากับ $\frac{\pi}{3} \times k \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \times k \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= \frac{5\pi}{3}$ ดังนั้น $k = \frac{10}{\sqrt{3}}$

5. เฉลย 1) $4x^2 - 24x - 144 + 9y^2 = 0$

ขั้นที่ 1 หาพิกัดของจุด D

ให้ C เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

จะได้ว่า C เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นผ่านศูนย์กลาง AB

$C = (\frac{-2+8}{2}, 0) = (3, 0)$

เนื่องจากรัศมีของวงกลมเป็นค่าคงตัว

$CD = CB$

$(CD)^2 = (CB)^2$

$(3-0)^2 + (0-d)^2 = (8-3)^2 + (0-0)^2$

$9 + d^2 = 25$

$d^2 = 16$

$d = 4$ (เนื่องจาก $d > 0$)

ดังนั้น จุด D มีพิกัด (0, 4)

ขั้นที่ 2 ทาสมาการของวงรี

เนื่องจาก ผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ บนวงรีถึงจุดโฟกัสทั้งสองมีค่าคงตัว

ให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใดๆ บนวงรีที่มี A และ B เป็นจุดโฟกัสและผ่านจุด D(0, 4) จะได้ว่า

$PA + PB = DA + DB$

$\sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-8)^2 + y^2}$

$= \sqrt{(0+2)^2 + 4^2} + \sqrt{(0-8)^2 + 4^2}$

$= \sqrt{x^2 + 4x + 4 + y^2} + \sqrt{x^2 - 16x + 64 + y^2}$

$= \sqrt{20} + \sqrt{80} = 6\sqrt{5}$

$\sqrt{x^2 + 4x + 4 + y^2} = 6\sqrt{5} - \sqrt{x^2 - 16x + 64 + y^2}$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้

$x^2 + 4x + 4 + y^2 = 180 - 12\sqrt{5} \cdot \sqrt{x^2 - 16x + 64 + y^2} + x^2 - 16x + 64 + y^2$

$20x - 240 = -12\sqrt{5} \sqrt{x^2 - 16x + 64 + y^2}$

$5x - 60 = -3\sqrt{5} \sqrt{x^2 - 16x + 64 + y^2}$ (หารด้วย 4)

ยกกำลังสองทั้งสองข้างอีกครั้ง จะได้

$25x^2 - 600x + 3600 = 45(x^2 - 16x + 64 + y^2)$

$20x^2 - 120x - 720 + 45y^2 = 0$

$4x^2 - 24x - 144 + 9y^2 = 0$ (หารด้วย 5)

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaeaeaw.com